第48講　整数の性質

例題48－1

(1)　次の数が自然数になるような最小の自然数 n を求めよ．

(ア)　$\sqrt{312n}$　　(イ)　$\sqrt{\dfrac{504}{n}}$

(2)　(ア)　2つの整数 a, b について，$ab=32$ となる組合せ $(a,\ b)$ をすべて挙げよ．ただし，$a \geqq b$ とする．

(イ)　$\sqrt{n^2+32}$ が自然数となるような自然数 n をすべて求めよ．

【Point Pickup】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 48 － 1

(1)　次の数が自然数になるような最小の自然数 n を求めよ.

(ア)　$\sqrt{2520n}$　　　　(イ)　$\sqrt{\dfrac{1386}{n}}$

(2)　$\sqrt{n^2+12}$ が自然数となるような自然数 n をすべて求めよ.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 48 ー 2

(1)　24 の正の約数の個数を求めよ.

(2)　36, 234 の最大公約数と最小公倍数を求めよ.

【Point Pickup】

ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 48 ー 2

(1)　600 の正の約数の個数を求めよ.

(2)　84, 126, 630 の最大公約数と最小公倍数を求めよ.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 48 － 3

a，b は整数とする．a を 8 で割ると 3 余り，b を 8 で割ると 6 余る．次の数を 8 で割ったときの余りを求めよ．

(1)　$a+b$　　(2)　$a-b$　　(3)　ab

【Point Pickup】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 48 ー 3

a，b は整数とする．a を 5 で割ると 2 余り，b を 5 で割ると 3 余る．次の数を 5 で割ったときの余りを求めよ．

(1)　$a+b$　　(2)　$a-2b$　　(3)　a^2+b^2

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 48 ー 4

次の 2 つの整数の最大公約数を，互除法を用いて求めよ．

(1)　697，119　　　(2)　1207，994

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 48 − 4

次の2つの整数の最大公約数を，互除法を用いて求めよ．

(1)　930，18　　(2)　1273，469

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第48講　整数の性質

(1) $\sqrt{n^2+7}$ が自然数となるような自然数 n は $n=$ **ア** のみである.

(2) 18の正の約数の個数は **イ** 個である. また, 18と60の最大公約数は **ウ** , 最小公倍数は **エオカ** である.

(3) a, b は整数とする. a を7で割ると3余り, b を7で割ると4余る. $a+b$ を7で割ったときの余りは **キ** , $a-b$ を7で割ったときの余りは **ク** である.

(4) 533と7189の最大公約数は **ケコ** である.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 48 講　整数の性質

例題 48 ー 1

(1)　次の数が自然数になるような最小の自然数 n を求めよ.

(ア)　$\sqrt{312n}$　　　(イ)　$\sqrt{\dfrac{504}{n}}$

(2)　(ア)　2 つの整数 $a,\ b$ について, $ab=32$ となる組合せ $(a,\ b)$ をすべて挙げよ. ただし, $a \geqq b$ とする.

(イ)　$\sqrt{n^2+32}$ が自然数となるような自然数 n をすべて求めよ.

(1)　(ア)　$\sqrt{312n}$ が自然数になるのは, $312n$ がある自然数の 2 乗になるときである.

$312=2^3\cdot3\cdot13$ より, 求める最小の自然数は　$n=2\cdot3\cdot13=\mathbf{78}$

(イ)　$\sqrt{\dfrac{504}{n}}$ が自然数になるのは, $\dfrac{504}{n}$ がある自然数の 2 乗になるときである.

$504=2^3\cdot3^2\cdot7$ より, 求める最小の自然数は　$n=2\cdot7=\mathbf{14}$

(2)　(ア)　$(a,\ b)=\mathbf{(32,\ 1),\ (16,\ 2),\ (8,\ 4),\ (-1,\ -32),\ (-2,\ -16),\ (-4,\ -8)}$

(イ)　$\sqrt{n^2+32}$ が自然数となるとき

$\sqrt{n^2+32}=k$　(k：自然数) とおける.

両辺を 2 乗して　$n^2+32=k^2$　　　$k^2-n^2=32$

つまり　$(k+n)(k-n)=32$　……①

ここで, $k,\ n$ は自然数より　$k+n$ は自然数. よって　$k-n$ も自然数である.

$k+n>k-n$ より, ①を満たす自然数 $k+n,\ k-n$ の組は

$(k+n,\ k-n)=(32,\ 1),\ (16,\ 2),\ (8,\ 4)$

よって　$(k,\ n)=(9,\ 7),\ (6,\ 2)$

したがって, 求める自然数 n は　$n=\mathbf{2,\ 7}$

ⓒRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 48 － 1

(1)　次の数が自然数になるような最小の自然数 n を求めよ．

　(ア)　$\sqrt{2520n}$　　　(イ)　$\sqrt{\dfrac{1386}{n}}$

(2)　$\sqrt{n^2+12}$ が自然数となるような自然数 n をすべて求めよ．

(1)　(ア)　$\sqrt{2520n}$ が自然数になるのは，$2520n$ がある自然数の 2 乗になるときである．

$2520=2^3\cdot3^2\cdot5\cdot7$ より，求める最小の自然数は　$n=2\cdot5\cdot7=\mathbf{70}$

(イ)　$\sqrt{\dfrac{1386}{n}}$ が自然数になるのは，$\dfrac{1386}{n}$ がある自然数の 2 乗になるときである．

$1386=2\cdot3^2\cdot7\cdot11$ より，求める最小の自然数は　$n=2\cdot7\cdot11=\mathbf{154}$

(2)　$\sqrt{n^2+12}$ が自然数となるとき，$\sqrt{n^2+12}=k$（k：自然数）とおける．

両辺を 2 乗して　$n^2+12=k^2$　　　$k^2-n^2=12$

つまり　$(k+n)(k-n)=12$　……①

ここで，k，n は自然数より　$k+n$ は自然数．よって　$k-n$ も自然数である．

$k+n>k-n$ より，①を満たす自然数 $k+n$，$k-n$ の組は

$(k+n,\ k-n)=(12,\ 1),\ (6,\ 2),\ (4,\ 3)$

よって　$(k,\ n)=\left(\dfrac{13}{2},\ \dfrac{11}{2}\right),\ (4,\ 2),\ \left(\dfrac{7}{2},\ \dfrac{1}{2}\right)$

したがって，求める自然数 n は　$n=\mathbf{2}$

例題 48 － 2

(1)　24 の正の約数の個数を求めよ．

(2)　36，234 の最大公約数と最小公倍数を求めよ．

(1)　$24=2^3\cdot3$ より，24 の正の約数の個数は　$(3+1)\cdot(1+1)=4\cdot2=\mathbf{8}$ **(個)**

(2)　$36=2^2\cdot3^2$　　$234=2\cdot3^2\cdot13$

よって　**最大公約数は**　$2\cdot3^2=\mathbf{18}$　　**最小公倍数は**　$2^2\cdot3^2\cdot13=\mathbf{468}$

類題 48 － 2

(1)　600 の正の約数の個数を求めよ．

(2)　84，126，630 の最大公約数と最小公倍数を求めよ．

(1)　$600=2^3\cdot3\cdot5^2$ より，600 の正の約数の個数は

$(3+1)\cdot(1+1)\cdot(2+1)=4\cdot2\cdot3=\mathbf{24}$ **(個)**

(2)　$84=2^2\cdot3\cdot7$　　$126=2\cdot3^2\cdot7$　　$630=2\cdot3^2\cdot5\cdot7$

よって　**最大公約数は**　$2\cdot3\cdot7=\mathbf{42}$　　**最小公倍数は**　$2^2\cdot3^2\cdot5\cdot7=\mathbf{1260}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 48 ー 3

a，b は整数とする．a を 8 で割ると 3 余り，b を 8 で割ると 6 余る．次の数を 8 で割ったときの余りを求めよ．

(1)　$a+b$　　(2)　$a-b$　　(3)　ab

整数 a，b は　$a=8l+3$，$b=8m+6$　（l，m は整数）と表せる．

(1)　$a+b=(8l+3)+(8m+6)=8(l+m)+9=8(l+m+1)+1$

　よって　$a+b$ を 8 で割ったときの余りは　**1**

(2)　$a-b=(8l+3)-(8m+6)=8(l-m)-3=8(l-m-1)+5$

　よって　$a-b$ を 8 で割ったときの余りは　**5**

(3)　$ab=(8l+3)(8m+6)=8(8lm+6l+3m)+18=8(8lm+6l+3m+2)+2$

　よって　ab を 8 で割ったときの余りは　**2**

類題 48 ー 3

a，b は整数とする．a を 5 で割ると 2 余り，b を 5 で割ると 3 余る．次の数を 5 で割ったときの余りを求めよ．

(1)　$a+b$　　(2)　$a-2b$　　(3)　a^2+b^2

整数 a，b は　$a=5l+2$，$b=5m+3$　（l，m は整数）と表せる．

(1)　$a+b=(5l+2)+(5m+3)=5(l+m)+5=5(l+m+1)$

　よって　$a+b$ を 5 で割ったときの余りは　**0**

(2)　$a-2b=(5l+2)-2(5m+3)=5(l-2m)-4=5(l-2m-1)+1$

　よって　$a-2b$ を 5 で割ったときの余りは　**1**

(3)　$a^2+b^2=(5l+2)^2+(5m+3)^2=5(5l^2+4l+5m^2+6m)+13$

　　　$=5(5l^2+4l+5m^2+6m+2)+3$

　よって　ab を 5 で割ったときの余りは　**3**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 48 － 4
次の 2 つの整数の最大公約数を，互除法を用いて求めよ．
(1)　697，119　　(2)　1207，994

(1)　$697=119\cdot5+102$
よって　697 と 119 の最大公約数は，119 と 102 の最大公約数に等しい
$119=102\cdot1+17$
よって　119 と 102 の最大公約数は，102 と 17 の最大公約数に等しい
$102=17\cdot6+0$
よって，求める最大公約数は　**17**

(2)　$1207=994\cdot1+213$
$994=213\cdot4+142$
$213=142\cdot1+71$
$142=71\cdot2+0$
よって，求める最大公約数は　**71**

類題 48 － 4
次の 2 つの整数の最大公約数を，互除法を用いて求めよ．
(1)　930，18　　(2)　1273，469

(1)　$930=18\cdot51+12$
$18=12\cdot1+6$
$12=6\cdot2+0$
よって，求める最大公約数は　**6**

(2)　$1273=469\cdot2+335$
$469=335\cdot1+134$
$335=134\cdot2+67$
$134=67\cdot2+0$
よって，求める最大公約数は　**67**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第48講　整数の性質

(1)　$\sqrt{n^2+7}$ が自然数となるような自然数 n は $n=$ **ア** のみである.

(2)　18の正の約数の個数は **イ** 個である．また，18と60の最大公約数は **ウ** ，最小公倍数は **エオカ** である.

(3)　a, b は整数とする．a を7で割ると3余り，b を7で割ると4余る．$a+b$ を7で割ったときの余りは **キ** ，$a-b$ を7で割ったときの余りは **ク** である.

(4)　533と7189の最大公約数は **ケコ** である.

解答例

(1)　$\sqrt{n^2+7}$ が自然数となるとき，$\sqrt{n^2+7}=k$（k：自然数）とおける.

両辺を2乗して　$n^2+7=k^2$　　　$k^2-n^2=7$

つまり　$(k+n)(k-n)=7$　……①

ここで，k，n は自然数より　$k+n$ は自然数．よって　$k-n$ も自然数である.

$k+n>k-n$ より，①を満たす自然数 $k+n$，$k-n$ の組は

$(k+n,\ k-n)=(7,\ 1)$　　　よって　$(k,\ n)=(4,\ 3)$ より　求める自然数 n は　$n=\mathbf{3}$

(2)　$18=2\cdot3^2$ より　　18の正の約数の個数は　$2\cdot3=\mathbf{6}$（個）

また，$60=2^2\cdot3\cdot5$ より

18と60の　最大公約数は　$2\cdot3=\mathbf{6}$　　　最小公倍数は　$2^2\cdot3^2\cdot5=\mathbf{180}$

(3)　整数 a，b は　$a=7l+3$，$b=7m+4$　（l，m は整数）と表せる.

$a+b=(7l+3)+(7m+4)=7(l+m)+7=7(l+m+1)$

よって　$a+b$ を7で割ったときの余りは　**0**

$a-b=(7l+3)-(7m+4)=7(l-m)-1=7(l-m-1)+6$

よって　$a-b$ を7で割ったときの余りは　**6**

(4)　$7189=533\cdot13+260$

$533=260\cdot2+13$

$260=13\cdot20+0$

よって，求める最大公約数は　**13**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。